第 14 講　積分の公式について

14　α，β を実数とするとき，次の定積分を計算せよ．

(1)　$\displaystyle\int_{\alpha}^{\beta}(x-\alpha)^2\,dx$

(2)　$\displaystyle\int_{\alpha}^{\beta}(x-\alpha)(x-\beta)\,dx$

(3)　$\displaystyle\int_{\alpha}^{\beta}(x-\alpha)^2(x-\beta)\,dx$

(4)　$\displaystyle\int_{\alpha}^{\beta}(x-\alpha)^m\,dx$　(m は自然数)

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 14 講　積分の公式について

14　α，β，γ を実数とするとき，次の定積分を計算せよ．

(1) $\displaystyle\int_{\alpha}^{\beta}(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)dx$

(2) $\displaystyle\int_{\alpha}^{\beta}(x-\alpha)^2(x-\beta)^2dx$

【選択肢】

(1) ㋐ $\dfrac{1}{12}(\beta-\alpha)^3(\alpha+\beta-2\gamma)$　㋑ $\dfrac{1}{12}(\beta-\alpha)^3(2\gamma-\alpha-\beta)$

㋒ $\dfrac{1}{12}(\beta-\alpha)^2(2\gamma-\alpha-\beta)^2$

(2) ㋐ $\dfrac{2}{15}(\beta-\alpha)^5$　㋑ $\dfrac{1}{15}(\beta-\alpha)^5$　㋒ $\dfrac{1}{30}(\beta-\alpha)^5$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 14 講　積分の公式について

14　α，β を実数とするとき，次の定積分を計算せよ．

（1）$\displaystyle\int_{\alpha}^{\beta}(x-\alpha)^2dx$

（2）$\displaystyle\int_{\alpha}^{\beta}(x-\alpha)(x-\beta)dx$

（3）$\displaystyle\int_{\alpha}^{\beta}(x-\alpha)^2(x-\beta)dx$

（4）$\displaystyle\int_{\alpha}^{\beta}(x-\alpha)^m dx$　（m は自然数）

【答】（1）$\dfrac{1}{3}(\beta-\alpha)^3$　（2）$-\dfrac{1}{6}(\beta-\alpha)^3$　（3）$-\dfrac{1}{12}(\beta-\alpha)^4$　（4）$\dfrac{1}{m+1}(\beta-\alpha)^{m+1}$

【解答】

（1）$\displaystyle\int_{\alpha}^{\beta}(x-\alpha)^2dx=\left[\frac{1}{3}(x-\alpha)^3\right]_{\alpha}^{\beta}=\boldsymbol{\frac{1}{3}(\beta-\alpha)^3}$

（2）
$$\int_{\alpha}^{\beta}(x-\alpha)(x-\beta)dx=\int_{\alpha}^{\beta}\{(x-\alpha)^2-(\beta-\alpha)(x-\alpha)\}dx$$
$$=\left[\frac{1}{3}(x-\alpha)^3-\frac{\beta-\alpha}{2}(x-\alpha)^2\right]_{\alpha}^{\beta}=\boldsymbol{-\frac{1}{6}(\beta-\alpha)^3}$$

（3）
$$\int_{\alpha}^{\beta}(x-\alpha)^2(x-\beta)dx=\int_{\alpha}^{\beta}\{(x-\alpha)^3-(\beta-\alpha)(x-\alpha)^2\}dx$$
$$=\left[\frac{1}{4}(x-\alpha)^4-\frac{\beta-\alpha}{3}(x-\alpha)^3\right]_{\alpha}^{\beta}=\boldsymbol{-\frac{1}{12}(\beta-\alpha)^4}$$

（4）
$$\int_{\alpha}^{\beta}(x-\alpha)^m dx=\int_{\alpha}^{\beta}\left\{\sum_{k=0}^{m}{}_m\mathrm{C}_k x^{m-k}(-\alpha)^k\right\}dx$$
$$=\left[\sum_{k=0}^{m}{}_m\mathrm{C}_k\frac{(-\alpha)^k}{m-k+1}x^{m-k+1}+\frac{(-\alpha)^{m+1}}{m+1}\right]_{\alpha}^{\beta}$$
$$=\left[\frac{1}{m+1}\sum_{k=0}^{m}{}_{m+1}\mathrm{C}_k(-\alpha)^k x^{m-k+1}+\frac{(-\alpha)^{m+1}}{m+1}\right]_{\alpha}^{\beta}$$
$$=\left[\frac{1}{m+1}\sum_{k=0}^{m+1}{}_{m+1}\mathrm{C}_k(-\alpha)^k x^{m-k+1}\right]_{\alpha}^{\beta}$$
$$=\left[\frac{1}{m+1}\{x+(-\alpha)\}^{m+1}\right]_{\alpha}^{\beta}$$
$$=\boldsymbol{\frac{1}{m+1}(\beta-\alpha)^{m+1}}$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 14 講　積分の公式について

14　α，β，γ を実数とするとき，次の定積分を計算せよ．

(1) $\displaystyle\int_\alpha^\beta (x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)dx$

(2) $\displaystyle\int_\alpha^\beta (x-\alpha)^2(x-\beta)^2dx$

【選択肢】

(1) ㋐ $\dfrac{1}{12}(\beta-\alpha)^3(\alpha+\beta-2\gamma)$　㋑ $\dfrac{1}{12}(\beta-\alpha)^3(2\gamma-\alpha-\beta)$

㋒ $\dfrac{1}{12}(\beta-\alpha)^2(2\gamma-\alpha-\beta)^2$

(2) ㋐ $\dfrac{2}{15}(\beta-\alpha)^5$　㋑ $\dfrac{1}{15}(\beta-\alpha)^5$　㋒ $\dfrac{1}{30}(\beta-\alpha)^5$

【答】 (1) ㋑　(2) ㋒

【解答】

(1) $\displaystyle\int_\alpha^\beta (x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)dx$

$$=\int_\alpha^\beta \{(x-\alpha)^3-(\beta+\gamma-2\alpha)(x-\alpha)^2+(\beta-\alpha)(\gamma-\alpha)(x-\alpha)\}dx$$

$$=\left[\frac{1}{4}(x-\alpha)^4-\frac{\beta+\gamma-2\alpha}{3}(x-\alpha)^3+\frac{(\beta-\alpha)(\gamma-\alpha)}{2}(x-\alpha)^2\right]_\alpha^\beta$$

$$=\boldsymbol{\frac{1}{12}(\beta-\alpha)^3(2\gamma-\alpha-\beta)}$$

(2) $\displaystyle\int_\alpha^\beta (x-\alpha)^2(x-\beta)^2dx$

$$=\int_\alpha^\beta \{(x-\alpha)^4-2(\beta-\alpha)(x-\alpha)^3+(\beta-\alpha)^2(x-\alpha)^2\}dx$$

$$=\left[\frac{1}{5}(x-\alpha)^5-\frac{\beta-\alpha}{2}(x-\alpha)^4+\frac{(\beta-\alpha)^2}{3}(x-\alpha)^3\right]_\alpha^\beta$$

$$=\boldsymbol{\frac{1}{30}(\beta-\alpha)^5}$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。